

**ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE DLA UCZESTNIKÓW
POWIATOWEGO KONKURSU MATEMATYCZNEGO
SZKOŁY PONADPODSTAWOWE I PONADGIMNAZJALNE**

1. Jeżeli liczbę dwucyfrową podzielimy przez różnicę jej cyfr dziesiątek i jedności to otrzymamy 11 i resztę 5. Jeśli zaś tę samą liczbę podzielimy przez sumę jej cyfr to otrzymamy 8 i resztę 7. Wyznacz tę liczbę.
2. Wyznacz wartości parametru k , dla których równanie $2x + k - \frac{x-1}{k} = \frac{3x}{k} + \frac{(k-1)^2}{k}$ ma jedno rozwiązanie większe od 1.
3. Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n , $n^2 + 9n + 20$ jest liczbą parzystą.
4. Udowodnij, że dwusieczna CD w trójkącie ABC dzieli bok AB na odcinki o długościach:
 $|AD| = \frac{bc}{a+b}$ i $|BD| = \frac{ac}{a+b}$.
5. W trójkącie ABC : $|AB| = c$, $|BC| = a$, $|AC| = b$. Wyznacz odległości wierzchołków tego trójkąta od punktów styczności boków z okręgiem wpisanym.
6. Dane są liczby $A = \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{y^2+1}$ oraz $B = \frac{2}{x \cdot y + 1}$, gdzie $x \neq y$ i $x \cdot y + 1 \neq 0$. Wyznacz $A + B$, jeżeli wiadomo, że $A = B$.
7. Uzasadnij, że dla liczby $x \in (-1,5)$ wyrażenie $\sqrt{4x^2 + 12x + 9} + 2\sqrt{x^2 - 12x + 36}$ ma wartość stałą.
8. Rozwiąż równania a) $||x| + 3| = 2$, b) $||x + 1| - 3| = 1$
9. Ramiona trapezu mają długości $5\sqrt{10}$ i 20. Przekątne w tym trapezie są prostopadłe, a punkt ich przecięcia dzieli je w stosunku 2:3. Oblicz pole tego trapezu.
10. Znaleźć funkcję liniową spełniającą dla każdego $x \in \mathbb{R}$ następujące warunki:
 $f(2x) = 2f(x) - 1 \wedge f(x + 2) = 4 + f(x)$.
11. Obwód rombu jest równy 48 cm a suma długości jego przekątnych jest równa 26 cm. Jakie jest pole rombu?
12. Zapis $n!$ oznacza iloczyn liczb od 1 do n . Iloma zerami kończy się zapis dziesiętny liczby 2017!
13. Sześcian ma osiem naroży. Każde z nich ścinamy w ten sposób, że krawędzie sześcianu wychodzące z danego wierzchołka zostaną przecięte w $1/3$ długości. Ile wierzchołków, krawędzi i ścian ma otrzymana bryła.
14. Znajdź wszystkie liczby naturalne x spełniające warunek:
 $x: 2008 \approx 200,8$
gdzie liczba po prawej stronie jest zaokrągleniem wyniku z dokładnością do części dziesiętych. Ile jest takich liczb?
15. Środki kolejnych boków pięciokąta wypukłego połączono odcinkami i otrzymano łamaną zamkniętą o długości 6,284m. Oblicz sumę długości wszystkich przekątnych tego pięciokąta.