

**ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE DLA UCZESTNIKÓW
VI MIĘDZYPOWIATOWEGO KONKURSU MATEMATYCZNEGO
KLASY VII i VIII SP ORAZ GIMNAZJA**

1. Jaką cyfrę w rzędzie jedności ma liczba a) $3^{89} - 1$ b) $2^{56} + 4^{24} + 5$ c) $5^{18} - 3$?
2. Wykaż, że liczba 3^{54} jest rozwiązaniem równania $243^{11} - 81^{14} + 7x = 9^{27}$.
3. Wiemy, że $x+y=4$ i $xy=2$. Oblicz $x^2 + y^2$.
4. Czy istnieją takie liczby całkowite x, y, z , że $x^2 + y^2 - 4z = 3$?
5. Wyznacz zbiór liczb całkowitych jednocyfrowych spełniających nierówność $\frac{x+2}{4} + (x+1)(x-1) < (x+2)^2 - \frac{4x-1}{3}$.
6. Wiadomo, że $\frac{a}{a+b} = 124$. Oblicz $\frac{a^2 - b^2}{b^2}$.
7. Ile jest liczb pięciocyfrowych o sumie cyfr równej 4?
8. Wykaż, że liczba $\frac{10 - 5\sqrt{3}}{2\sqrt{3} - 4}$ jest wymierna.
9. Cztery babcie grały w brydża. Średnia ich wieku wynosiła 74 lata. Gdy babcia Matylda zrezygnowała z gry, średnia wieku pozostałych babć wynosiła wtedy 72 lata. Ile lat ma babcia Matylda?
10. Suma cyfr liczby dwucyfrowej wynosi 7. Po przestawieniu cyfr tej liczby otrzymamy liczbę o 27 większą od początkowej. Jaka to liczba?
11. Agata z Piotrem prowadzą firmę. Oboje spędzają w pracy tyle samo czasu. Agata pracuje 3 dni w tygodniu, ale każdego dnia o 4 godziny dłużej niż Piotr. Natomiast Piotr pracuje 5 dni w tygodniu, każdego dnia po tyle samo godzin. Ile godzin dziennie pracuje Agata, a ile Piotr?
12. Kajakarz, płynąc z prądem rzeki, pokonał tę samą trasę w dwie godziny, a płynąc pod prąd, pokonał tę samą trasę w dwie godziny i 48 minut. Kajakarz w wodzie stojącej (na przykład w jeziorze) pływa z prędkością 10km/h. Jaka jest prędkość prądu rzeki?
13. Znajdź takie dwie liczby naturalne, których stosunek jest równy $1\frac{3}{7}$, a różnica 160% większej z nich i dwukrotności drugiej wynosi 2.
14. Gdy cenę akcji zwiększono o 5%, a potem zmniejszono o 8%, wynosi ona 1449 zł. Jaką cenę miała akcja przed zmianami?
15. Zmieszano pewną ilość kilogramów 8% roztworu kwasu siarkowego z 5 kg 12% roztworu kwasu siarkowego. Otrzymano 10,5% roztwór. Ile było roztworu 8%?
16. Do pojemnika w kształcie prostopadłościanu o wymiarach 20cm x 40cm x 50cm wlano 35 litrów mleka o 2-procentowej zawartości tłuszczu, a następnie do pełna dolano mleko o 10-procentowej zawartości tłuszczu. Ile procent zawartości tłuszczu ma mleko w pojemniku?
17. Trzej kolarze jadą po torze w kształcie okręgu. Pierwszy przebywa pełne okrążenie w 5 minut, drugi w 6 minut, a trzeci w 3 minuty. Kolarze wystartowali jednocześnie z linii startu o godzinie 13⁰⁰. Podaj godzinę pierwszego spotkania na linii startu. Odpowiedź uzasadnij.
18. Oblicz pole trójkąta równobocznego, jeśli suma długości promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt i promienia okręgu opisanego na tym trójkącie wynosi 12.
19. Oblicz pole trapezu o podstawach 16, 44 oraz ramionach długości 25 oraz 17.
20. W trapezie równoramionym podstawy mają długości 4 cm i 14 cm, zaś ramię ma długość 13 cm. Oblicz odległość punktu przecięcia przekątnych trapezu od dłuższej podstawy.

21. Znajdź boki czworokąta, którego obwód jest równy 54 cm, jeżeli wiesz, że boki tego czworokąta wyrażają się kolejnymi liczbami naturalnymi.
22. O godzinie 6⁰⁰ wskazówki zegara tworzą kąt półpełny. Po jakim najkrótszym czasie wskazówki zegara utworzą między sobą znów kąt półpełny?
23. W trójkąt ABC wpisano równoległobok $DEFG$ w ten sposób, że punkt D pokrywa się z punktem A , punkt $E \in AB$, punkt $F \in BC$, a punkt $G \in AC$. Oblicz boki równoległoboku $DEFG$, jeżeli $|AB| = 25\text{cm}$, $|AC| = 20\text{cm}$ a obwód tego równoległoboku jest równy 44 cm.
24. Obwód czworokąta $ABCD$ wynosi 23 cm. Przekątna DB dzieli ten czworokąt na dwa trójkąty, których obwody wynoszą odpowiednio 21 cm i 20 cm. Jaką długość ma przekątna DB ?
25. W dowolnym trapezie $ABCD$, punkt P jest punktem przecięcia się przekątnych. Udowodnij, że pole trójkąta APD jest równe polu trójkąta BPC .
26. Koło i kwadrat mają taki sam obwód S . Wyznacz stosunek pól tych figur.
27. Pole powierzchni całkowitej sześcianu o krawędzi $a+2$ wynosi 294. Oblicz a i objętość tego sześcianu.
28. Przekątne rombu mają długość 10 cm i 1,6 dm. Oblicz pole czworokąta, którego wierzchołkami są środki boków rombu.