

ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE DLA UCZESTNIKÓW
V MIĘDZYPOWIATOWEGO KONKURSU MATEMATYCZNEGO
GIMNAZJA

1. Jaka jest ostatnia cyfra liczby a) $3^{41} + 181$ b) 2^{1999} c) $2^{15} + 2^{16} + 2^{17} + 2^{18}$?
2. Przedstaw za pomocą potęgi o podstawie 2 czwartą część liczby 16^{68} .
3. Która z liczb jest większa 8^{4^2} czy 2^{4^8} ?
4. Znajdź wszystkie liczby całkowite x i y takie, że $x^2 - y^2 = 3$.
5. Wykaż, że dla dowolnych liczb całkowitych a i b liczba $a^3b - ab^3$ jest podzielna przez 3.
6. Dla jakich a i b zachodzi równość $\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2} = \frac{a+b}{a-b}$?
7. Janek przejechał na rowerze odległość 20 km, a z powrotem przeszedł tę samą odległość pieszo z prędkością trzy razy mniejszą. Ile wynosiła prędkość jazdy, a ile prędkość marszu, jeśli cała podróż trwała 5 godzin i 20 minut?
8. Aleksander Wielki zmarł w kwiecie wieku. Gdyby żył o 5 lat krócej, to panowałby 0,25 swego życia. Natomiast gdyby żył o 9 lat dłużej, to panowałby 0,5 swego życia. Ile lat żył, a ile panował Aleksander Wielki ?
9. Po parku jeżdżą dzieci na rowerkach dwukołowych i trzykołowych. Naliczyłem siedmioro dzieci i 19 kółek. Ile dzieci jechało na rowerkach dwukołowych, a ile na trzykołowych?
10. Suma dwóch liczb równa się 30, a różnica kwadratów tych liczb wynosi 120. Znajdź te liczby.
11. Z prostokątnego kartonu o wymiarach 25 x 10 odcinamy w rogach cztery jednakowe kwadraty o boku y i składamy pudełko. Zapisz w postaci sumy algebraicznej wzór na objętość pudełka. Oblicz ją dla $y = 4$.
12. Gdybyśmy pierwszy bok trójkąta zwiększyli o 15 cm, a drugi zmniejszyli o 15 cm, to powstałby trójkąt równoboczny. Czterokrotna długość pierwszego boku jest o 5 cm większa niż trzykrotna długość trzeciego boku. Obliczyć długości boków trójkąta.
13. W trójkącie prostokątnym przyprostokątne mają długości 15 cm i 20 cm. Oblicz długości odcinków, na jakie przeciwprostokątną dzieli wysokość opuszczona z wierzchołka kąta prostego.
14. Na trójkącie równobocznym o boku 3 opisano okrąg i w ten trójkąt wpisano okrąg. Oblicz pole powstałego pierścienia.

15. Oblicz pole ośmiokąta foremnego o boku długości a .
16. Dany jest równoległobok ABCD. Przekątne przecinają się w punkcie S pod kątem 60° i ich długości wynoszą a i $2a$. Oblicz długości boków równoległoboku.
17. Trapez został podzielony przekątnymi na cztery trójkąty. Pole trapezu jest równe 20, a stosunek jego podstaw jest równy 4. Oblicz pole każdego z otrzymanych trójkątów.
18. Świeżo skoszona trawa zawiera 60% wody, a wysuszone siano tylko 15% wody. Oblicz, ile kilogramów wysuszonego siana można otrzymać z 1 tony skoszonej trawy?
19. Karol, Jakub i Piotrek zbierali pieniądze na zakup namiotu. Karol dał 60% potrzebnej kwoty, Jakub dał 40% pozostałej części. Piotr dołożył brakujące 30 zł. Ile kosztował namiot.
20. Państwo Kowalscy mają kilkoro dzieci średnia wieku rodziny Kowalskich wynosi 18 lat. Natomiast średnia wieku wszystkich członków rodziny bez ojca, który ma 38 lat, jest równa 14 lat. Ile dzieci jest w rodzinie Kowalskich.
21. Liczby naturalne a i b spełniają równość $34a = 43b$. Udowodnij, że liczba $a + b$ jest złożona.
22. Rozwiąż nierówność $\frac{2^{32}-32^2}{2^{16}+32}x > 2^{10} - 2^{21}$.