

**ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE DLA UCZESTNIKÓW
III KONKURSU MATEMATYCZNEGO
GIMNAZJA**

1. Rozwińcie dziesiętne liczby $\frac{3}{7}$ ma postać $0, a_1 a_2 a_3 \dots$. Oblicz sumę $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2011}$.
2. Jaka jest ostatnia cyfra liczby 3^{83} ?
3. Podaj ostatnią cyfrę liczby $(2^{15} + 3^{20} - 5^{12})^2$
4. Ile pełnych obrotów wykona koło pociągu towarowego na trasie z Zabrze do Gliwic, jeżeli odległość między stacjami w tych miastach wynosi 12km, a średnica koła ma długość 925mm?
W obliczeniach przyjmij $\pi \approx 3$.
5. Dzieląc pewną liczbę przez 2,3,4,5,6,7 otrzymujemy zawsze resztę 1. Podaj jak znaleźć najmniejszą liczbę spełniającą te warunki.
6. Piotr ma 44 cukierki. Czy może podzielić je między 10 kolegów, tak, aby każdy otrzymał inną liczbę cukierków?
7. Suma cyfr liczby dwucyfrowej wynosi 10. Po przestawieniu cyfr tej liczby otrzymamy liczbę o 36 większą od początkowej. Jaka to liczba?
8. Pani Zosia pracuje codziennie o dwie godziny dłużej niż pan Janek. Ile godzin dziennie pracuje pani Zosia, a ile pan Janek, jeśli w ciągu trzech dni pani Zosia jest w pracy tyle samo godzin, co pan Janek w ciągu czterech dni?
9. Samochód wyjechał z miejscowości A do B. Połowę drogi przebył z prędkością 40 km/h, a pozostałą połowę z prędkością 60 km/h. Jaka była średnia prędkość samochodu na całej trasie?
10. W okręgu obieramy średnicę AB i równoległą do niej cięciwę CD. Udowodnij, że w trójkącie ACD różnica kątów przy wierzchołkach C i D wynosi 90° .
11. W trapezie ABCD, w którym kąt BAD jest prosty, dane są $AB=9$, $CD=6$, $BC=5$. Oblicz długości przekątnych tego trapezu.
12. Oblicz pole części wspólnej dwóch kół o jednakowych promieniach długości r, jeżeli środek każdego z tych kół leży na obwodzie drugiego z tych kół.
13. Mając wstążkę długości $\frac{2}{3}$ metra, odetnij wstążkę długości $\frac{1}{2}$ metra, nie używając żadnych przyrządów pomiarowych.
14. Znajdź cyfrę jedności liczby $13^{21} + 2 \cdot 32^{50}$.
15. W jakiej proporcji należy zmieszać dwa roztwory solne: jeden o stężeniu 12% i drugi o stężeniu 5% aby otrzymać roztwór 9% procentowy?
16. Oblicz:
$$\frac{\sqrt{221 \cdot 333^2 + 221 \cdot 444^2 - 221 \cdot 330^2 - 221 \cdot 440^2}}{221}$$
17. Uzasadnij, że liczbą odwrotną do liczby $:\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ jest $\frac{1}{3}(\sqrt{5} + \sqrt{2})$.
18. Dane są funkcje $f(x) = -2x + m$ i $g(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$
 - a) Wyznacz te wartości parametru m dla których miejsce zerowe funkcji f jest większe od $3\frac{1}{2}$.
 - b) Dla jakich wartości m współrzędne punktu przecięcia wykresów funkcji f i g są parą liczb dodatnich.
19. W pewnym prostokącie długość jednego z boków zwiększono o x%, a drugiego zmniejszono o x% przy czym x jest pewną liczbą pierwszą. Znajdź wszystkie wartości x, dla których pole powstałego w ten sposób nowego prostokąta będzie większe od 98% pola danego prostokąta.
20. Objętość graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego o krawędzi podstawy długości a jest równe $\frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$. Wykaż, że przekątne ścian bocznych wychodzące z jednego wierzchołka są prostopadłe.
21. W trapezie o długościach podstaw $a = 4$ i $b = 12$ kąty przy podstawie są równe 45° i 30° . Oblicz pole tego trapezu.