ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE DLA UCZESTNIKÓW I MIĘDZYPOWIATOWEGO KONKURSU MATEMATYCZNEGO SZKÓŁ GIMNAZJALNYCH

Zadanie 1.
Jaką resztę daje przy dzieleniu przez 5 liczba 987654321^{2013}?

Zadanie2.
Na statku pewnego kapitana było 31 marynarzy o średniej wieku 23 lata. Jeśli doliczymy wiek kapitana, to średnia wzrośnie do 24 lat. Ile lat miał kapitan?

Zadanie 3.
Magda podróżując samochodem przez Szwajcarię przejechała przez 32 tunele. Najdłuższy tunel miał 17 km, a średnia arytmetyczna długości pozostałych tuneli jest równa 1 km. Jaka jest średnia długość wszystkich tuneli szwajcarskich, przez które przejechała Magda?

Zadanie 4.
Czterech chłopców miało razem 45zł. Jeżeli pierwszemu dodamy 2 zł, drugiemu odejmiemy 2zł, trzeciemu podwoimy ilość jego pieniędzy, a czwartemu zmniejszymy jego ilość pieniędzy do połowy, to wtedy wszyscy będą mieli jednakową ilość pieniędzy. Ile złotych miał każdy z chłopców?

Zadanie 5.
Moje oszczędności stanowią trzy czwarte twoich. Dziesiąta cześć twojej kwoty dodana do czterech piątych mojej daje 210zł. Ile zł ma każda z nas?

Zadanie 6.
Kilkoro dorosłych z dziećmi wybrało się do muzeum przyrodniczego. Bilet wstępu dla osoby dorosłej kosztował 4,50 zł, a dla dziecka 2 zł. Za wszystkie bilety zapłacono razem 32 zł. Ilu dorosłych i ile dzieci było w tej grupie?

Zadanie7.
Basia i Marek powiedzieli mamie na ucho wybrane prze siebie liczby naturalne, mama głośno powiedziała, ile wynosi ich iloczyn. Basia wiedziała, jaką liczbę powiedział Marek, ale on nie wiedział, co powiedziała Basia, mimo że jest dobrym matematykiem. Jak to możliwe?

Zadanie 8.
Ile różnych ciężarów można zważyć na wadze szalkowej, mając do dyspozycji trzy odważniki: 1kg, 3kg i 9kg?

Zadanie 9.
Czy istnieje liczba dodatnia podzielna przez każdą z liczb 1,2,3,... 2013?

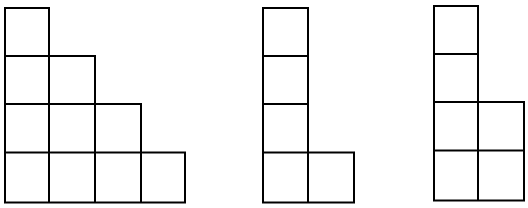
Zadanie 10.
Suma cyfr liczby dwucyfrowej jest podzielna przez 3. Wykaż, że ta liczba dwucyfrowa jest podzielna przez 3.

Zadanie 11.
Udowodnij, że wśród dowolnych trzech liczb naturalnych da się znaleźć dwie takie, że ich różnica dzieli się przez 2.

Zadanie 12.
Wśród liczb *a*, *b*, *c* jest jedna równa zero, jedna ujemna i jedna dodatnia. Wskaż, która z nich jest zerem, która jest dodatnia, a która jest ujemna, jeśli wiadomo, że liczba $a + b$ jest mniejsza od liczby $a + c$ oraz liczba $b + c$ jest mniejsza od liczby $a + b$.

Zadanie 13.
Z jednometrowego pręta metalowego przez zginanie utworzono ramę prostokątną. Wiedząc, że różnica między dwoma bokami wychodzącymi z jednego wierzchołka wynosi 12cm, oblicz długości boków i pole tej ramki.

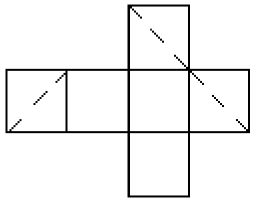
Zadanie 14.
Wszystkie trzy rysunki przedstawiają tę samą „piramidę" zbudowaną z klocków sześciennych, oglądaną z trzech stron: z przodu, z góry i z lewej strony. Z ilu klocków zbudowana jest ta piramida?



Zadanie 15.
Michał ma 42 identyczne sześcienne klocki, każdy o krawędzi długości 1 cm. Ze wszystkich tych klocków zbudował prostopadłościan, którego obwód podstawy jest równy 18 cm., Jaka jest wysokość tego prostopadłościanu?

Zadanie 16.
Jan zbudował prostopadłościan z jednakowych sześciennych klocków. Jego siostra zdemontowała najwyższą warstwę zbudowaną z 77 klocków. Następnie jego starszy brat zdemontował warstwę z boku zawierającą 55 klocków. Na koniec jego najmłodszy brat zdemontował warstwę z przodu. Ile klocków pozostało w tak pomniejszonym prostopadłościanie?

Zadanie 17.
Sześcian przecięto płaszczyzną. Ślad tego przekroju zaznaczono na siatce sześcianu (linia przerywana). Jaką figurą jest ten przekrój?



Zadanie 18.
Powierzchnię sześcianu o krawędzi długości 10 pomalowano na zielono a następnie rozcięto go na sześcianiki o krawędzi długości 1. Ile otrzymano sześcianików z pomalowaną daną liczbą ścianek: a) zero, b) jeden, c) dwa, d) trzy, e) cztery, f) pięć, g) sześć?

Zadanie 19.
Trapez ABCD podzielono przekątnymi. Udowodnij, że pole trójkąta AOD jest równe polu trójkąta BOC.

Zadanie 20.
Czworokąt ABCD jest rombem. Punkty K, L, M i N są środkami boków tego rombu. Uzasadnij, że czworokąt KLMN jest prostokątem.

Zadanie 21.
Dany jest czworokąt wypukły ABCD. Punkt P leży wewnątrz tego czworokąta. Punkty K, L, M i N są odpowiednio środkami boków AB, BC, CD, i DA. Wykaż, że suma pól czworokątów AKPN i PLCM jest równa sumie pól czworokątów KBLP i NPMD.

Zadanie 22.
W trójkącie ABC punkt D jest środkiem boku BC. Punkt E leży na boku AC. Pole trójkąta ABD wynosi 12, a pole trójkąta EDC wynosi 4. Uzasadnij, że pole trójkąta ADE jest równe 8.

Zadanie 23.
Ania i Jarek stoją w kolejce po bilety na koncert. Jarek jest bliżej kasy niż Ania. Między nimi stoją trzy osoby, za Jarkiem stoi 10 osób, a przed Anią 8 osób. Ile osób stoi w kolejce?

Zadanie 24.
Jaś ma tyle samo pierników, co Małgosia. Ile pierników musi jej oddać, aby Małgosia miała o 10 pierników więcej od Jasia?

Zadanie 25.
Uzasadnij, najprostszym sposobem, że liczba $2^{15}+2^{16}+2^{17}+2^{18}$ jest podzielna przez 30.

Zadanie 26.
Używając pięciu dwójek i znanych działań zapisz liczbę 11.

Zadanie 27.
Mam w obu kieszeniach razem 35 dolarów. Jeżeli z prawej kieszeni przełożę do lewej tyle pieniędzy ile miałem w lewej, to w prawej będę miał o 3 dolary więcej niż w lewej. Ile miałem początkowo pieniędzy w każdej kieszeni?

Zadanie 28.
Dwie działki mają ten sam obwód. Jedna jest kwadratem a druga prostokątem o bokach 8 i 10 m długości. Która z figur ma większe pole?

Zadanie29.
Mam 105 złotych w monetach 2 i 5 złotowych. Ile mam monet 2 zł, a ile 5zł, jeżeli wszystkich monet mam 33?.

Zadanie 30.
Kwadrat o powierzchni 1 m^2 dzielimy na mm^2 i układamy z nich pasek szerokości 1 mm^2. Ile metrów długości będzie miał ten pasek?

Zadanie 31.
Rozkładana drabina pokojowa ma długość 2,5 m. Jak szeroko trzeba rozstawić drabinę, aby sięgała ona do wysokości 2 m?

Zadanie 32.
Zadanie Sebastiana Ustrzyckiego, profesora Kolegium Pijarów w Warszawie –XVIII wiek.
Daje pan jałmużny 100 zł na taki 20 ubogim podział, aby z tej kwoty 7 każdy mężczyzna wziął złotych, każda kobieta 5 zł, każde dziecko 1 zł. Znajdź liczbę mężczyzn, kobiet i dzieci.

Zadanie 33.
Materiał ma długość 2/3 metra. Jak odciąć pół metra tego materiału nie mając żadnych przyrządów do mierzenia? (Zapisz obliczenia i opis tego, co wykonujesz.)

Zadanie 34
Rozwiąż równanie: $2001^{2000}x + 2001^{2001} = 2001^{2002}$

Zadanie 35.
Na bokach trójkąta prostokątnego zbudowano trójkąty równoboczne. Uzasadnij, ze suma pól trójkątów zbudowanych na przyprostokątnych jest równa polu trójkąta zbudowanego na przeciwprostokątnej.

Zadanie 36.
Z mosiężnego pręta wykonano trzy kawałki. Na pierwszy z nich zużyto połowę pręta, a na drugi 2/3 reszty, a trzeci razem z wiórami pozostałymi po obróbce miał masę 3 kg., Jaką masę miał cały pręt?

Zadanie 37
Dłuższy bok prostokąta ma 8 cm. Gdyby ten bok skrócić o 2 cm, a bok krótszy zwiększyć o 1cm to pole prostokąta nie zmieni się. Oblicz długość krótszego boku i pole prostokąta.

Zadanie 38.
Jedno z ramion trójkąta równoramiennego ABC przecięto prostą prostopadłą do podstawy AB. Prosta ta przecina przedłużenie boku AC w punkcie K, ramię BC – w punkcie L, a podstawę AB – w punkcie M. Udowodnij, że trójkąt KLC jest równoramienny

Zadanie 39.
Minutowa wskazówka zegara ma długość 14 cm. Jaką drogę pokona koniec wskazówki w ciągu: 10 minut, kwadransa, 40 minut?

Zadanie 40.
Na dwóch stacjach końcowych było razem 135 wagonów. W tym samym czasie, gdy z pierwszej stacji na drugą przetoczono 45 wagonów, to ze stacji drugiej na pierwszą przetoczono 36 wagonów i wówczas na pierwszej stacji było1,5 razy więcej wagonów niż na drugiej. Ile na początku było wagonów na każdej ze stacji?

POWODZENIA☺