

**ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE DLA UCZESTNIKÓW
II MIĘDZYPOWIATOWEGO KONKURSU MATEMATYCZNEGO
SZKÓŁ GIMNAZJALNYCH**

1. Wykaż, że suma odległości dowolnego punktu leżącego wewnątrz trójkąta równobocznego od boków tego trójkąta jest równa wysokości tego trójkąta.
2. Czy istnieje trójkąt o wysokościach $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$? Odpowiedź uzasadnij.
3. Wykaż, suma kwadratów trzech liczb całkowitych niepodzielnych przez 3 dzieli się przez 3.
4. Liczba 24 po podzieleniu przez sumę swoich cyfr daje w wyniku cyfrę jednostek tej liczby ($24:6=4$). Ile jest liczb dwucyfrowych o takiej własności? Podaj te liczby.
5. Wczoraj w klasie uczniów obecnych było 8 razy tyle co nieobecnych. Dzisiaj nie przyszło jeszcze dwóch i teraz nieobecni stanowią 20% uczniów obecnych. Ile jest uczniów w klasie?
6. Znajdź wszystkie pary liczb całkowitych dodatnich m i n , dla których zachodzi równość $200m + 9n = 2009$.
7. Wiadomo, że $\frac{a}{a+b} = 2005$. Oblicz wartość wyrażenia $\frac{a^2-b^2}{b^2}$.
8. W trapezie równoramiennym długości podstaw są równe 9 cm i 3 cm, zaś ramię ma długość 5 cm. Oblicz odległości punktu przecięcia przekątnych tego trapezu od obu jego podstaw.
9. Średni wiek 25 pasażerów autobusu wynosi 30 lat. Gdyby jeden z pasażerów wysiadł, średnia wieku wzrosłaby do 31 lat. W jakim wieku był wysiadający pasażer?
10. W okrąg o promieniu długości 6 cm wpisano trójkąt równoramienny, którego podstawa też ma długość 6 cm. Oblicz pole tego trójkąta.
11. Koło i kwadrat mają równe pola. W dane koło wpisujemy kwadrat, a w dany kwadrat wpisujemy koło. Co jest większe, pole kwadratu wpisanego w koło, czy pole koła wpisanego w kwadrat?
12. Aby skosić łąn zboża: pierwszy kosiarz potrzebuje 6 godzin, drugi – 5 godzin, trzeci – 4 godziny, czwarty – 3 godziny, piąty – 2 godziny. Ile czasu zajmie im skoszenie łąn zboża, jeżeli będą pracować razem, każdy ze swoją wydajnością?
13. Jeżeli do liczby dwucyfrowej dopiszemy z prawej strony cyfrę jej dziesiątek, to otrzymamy liczbę o 227 większą. Dopisując zaś przed daną liczbą cyfrę jej jedności, otrzymujemy liczbę 21 razy większą. Jaka to liczba?
14. Pole powierzchni sześcianu o krawędzi $a - 1$ wynosi 54. Wyznacz a . Oblicz objętość tego sześcianu.
15. Jaka jest ostatnia cyfra liczby $3^{48} + 176$?
16. Wiadomo, że $x^2 + y^2 = 5$ i $x + y = 2$. Wyznacz xy .
17. Podaj ostatnią cyfrę liczby $(2^{15} + 3^{20} - 5^{12})^2$
18. Janek przejechał na rowerze odległość 20 km, a z powrotem przeszedł tę samą odległość pieszo z prędkością trzy razy mniejszą. Ile wynosiła prędkość jazdy, a ile prędkość marszu, jeśli cała podróż trwała 5 godzin i 20 minut?